Exercice 24 :

On considère dans l'ensemble des nombre complexes l'équation :

(E) : $z^3 + 2(1- i)z^2 + (1+ m^2 - 4i)z -2i(1+m^2) = 0$

où m est un paramètre réel .

1°/a) Montrer que (E) admet une racine imaginaire pure z_0 que l'on déterminera .

b) Calculer en fonction de m les deux autres racines .

2°/ Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, M' et M'' d'affixes respectives 2i , -2-2i , -1-im et -1+im .

a) Montrer que AM'BM'' est un parallélogramme .

b) Déterminer m pour que AM'BM'' soit un rectangle .

Exercice 25 :

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les poins A et B d'affixes respectives a et 1 où a est un nombre complexe donné différent de 1.

Soit f l'application de P \{B} dans P qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = \dfrac{z-a}{z-1}$

1°) Montrer que les affixes des points invariants par f sont solutions de l'équation E : $z^2 - 2z + a = 0$.

2°) a) On suppose que $a = 1 + e^{2i\theta}$ où $\theta \in]\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}[$. Résoudre l'équation E

b) Mettre sous forme trigonométrique chacune des solutions de E.

3°) Dans cette question on suppose que a = -1.

Soit M un point de P \{B} d'affixe z et M' le point d'affixe z' = f(z).